

DEKORAČNÉ KOCKY

Táto téma sa zaoberá vplyvom zväčšenia rozmerov kocky na veľkosť jej povrchu a objemu.

Úlohy tejto témy obsahujú viaceré zamlčaných predpokladov, napr.

- cena za lakovanie je priamo úmerná veľkosti nalakovanej plochy,
- cena za odvoz piatich kociek je rovnaká ako cena za odvoz jednej kocky (veľkej či malej),
- poslednú kocku nechal Paľo lakovať u toho istého lakovača ako predchádzajúce.

Tým sa tieto úlohy podobajú situáciám z bežného života, ktoré sa tiež často vyznačujú množstvom nevyslovených predpokladov. Je pravdepodobné, že niektorí žiaci podvedome pochopia, čo mal autor otázky na myslí. Ostatným nemá zmysel vytykať, že nepochopili otázku rovnako ako autor. Naopak, nejasnosti vo formuláciách a zmlčané predpoklady môžu byť podnetom na diskusiu o tom, čo všetko treba ešte doplniť do zadania, aby úloha mala také riešenie, ako očakával autor.

Pre uvedenie nejednoznačnosť v textoch zadanií nie je vhodné použiť úlohy tejto témy ako úlohy do testu.

Riešenia uvádzame s uvážením zamlčaných predpokladov, ktoré sme uviedli v úvode. Ak žiaci dostali odlišné výsledky, mali by v následnej diskusii sformulovať predpoklady, za ktorých dospeli k svojmu riešeniu.

1.

Dovoz – odvoz (km)	11 €
Lakovanie (m^2)	90 € (= $5 \cdot 18$)
Spolu	101 €

2. 173 €

Uvedieme niekoľko možných riešení:

1. Ak stranu štvorca 3-krát zväčšíme, zväčší sa jeho obsah 9-krát. Preto kocka s 3-násobne dlhou hranou bude mať 9-krát väčší povrch ako kocky z úlohy 1. Paľo musel zaplatiť $11 + 9 \cdot 18 = 173$ €.
2. Žiak si môže zvoliť veľkosť hrany kocky, napr. nech kocky z úlohy 1 majú hranu s veľkosťou 1 meter. Potom povrch jednej z nich je 6 m^2 . Z tabuľky pred úlohou 1 potom vyplýva, že nalakovanie 1 m^2 stojí $18 : 6 = 3$ €.

Nová kocka má veľkosť hrany 3 m, jej povrch je $6 \cdot 3^2 = 54 \text{ m}^2$. Preto Paľo musel zaplatiť $11 + 3 \cdot 54 = 173$ €.

Poznámka. Získaný výsledok nezávisí od toho, akú veľkosť hrany kocky si žiak zvolí. Nie je preto podstatné, či zvolený rozmer (v našom prípade 1 meter) je reálny, teda či kocka s hranou tejto dĺžky môže slúžiť ako stolička.

3. Ak hrany kociek z úlohy 1 mali veľkosť x , tak nová kocka má hranu s veľkosťou $3x$. Kocka z úlohy 1 má povrch $6x^2$, povrch novej kocky je $6 \cdot (3x)^2 = 54x^2 = 9 \cdot 6x^2$. Nová kocka má teda 9-krát väčší povrch ako kocky z úlohy 1. Preto Paľo musel zaplatiť $11 + 9 \cdot 18 = 173$ €.

3. 83 €

Žiaci si musia uvedomiť, že 8-krát väčšia hmotnosť znamená 8-krát väčší objem. Uvedieme dva možné prístupy k riešeniu:

1. 8-krát väčší objem znamená 2-krát väčšie hrany, teda 4-krát väčší povrch. Preto Paľo musel zaplatiť $11 + 4 \cdot 18 = 83$ €.
2. Žiak si môže zvoliť veľkosť hrany kocky, napr. nech kocky z úlohy 1 majú hranu s veľkosťou 1 meter. Potom objem každej z nich je 1 m^3 . Objem novej kocky je potom 8 m^3 , jej hrana má teda veľkosť 2 m (lebo $2^3 = 8$, resp. $\sqrt[3]{8} = 2$). Povrch pôvodnej kocky je $6 \cdot 1 \text{ m}^2$. Z tabuľky pred úlohou 1 potom vyplýva, že nalakovanie 1 m^2 stojí $18 : 6 = 3$ €. Nová kocka má veľkosť hrany 2 m, jej povrch je $6 \cdot 2^2 = 24 \text{ m}^2$. Preto Paľo musel zaplatiť $11 + 24 \cdot 3 = 83$ €.